

臺灣綜合大學系統 107 學年度學士班轉學生聯合招生考試試題

科目名稱	工程數學	類組代碼	D36
		科目碼	D3601

※本項考試依簡章規定各考科均「不可以」使用計算機

本科試題共計 1 頁

1. 試求解指數函數  $e^x$  about  $x=0$  的泰勒級數(Taylor series) (10 分)

2. 試利用指數函數的泰勒級數估算  $\int_0^1 \frac{1-e^{-x}}{x} dx$  的積分近似值 (10 分)

3. 試求解下列一階線性常係數微分方程式 (10 分)

$$y' + 4y = 20 \quad \text{with} \quad y(0) = 2$$

4. 試求解下列一階非線性變係數微分方程式 (Bernoulli Equation) (10 分).

$$xy' - 3y + x^4 y^2 = 0 \quad \text{with} \quad y(1) = 1$$

5. 求解下列 3 階常微分方程式 (20 分)

$$y''' - 5y'' + 8y' - 4y = 0 \quad \text{with} \quad y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = -1$$

6. 泥沙沉降速度是河道水力學中分析泥沙運移的重要參數之一。已知有一粗顆粒泥沙在靜水中的沉降運動可以寫成下列一階一次非線性常係數常微分方程式

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{3C_D}{2(2G+1)d} \omega^2 = \frac{2(G-1)g}{(2G+1)}$$

其中  $G$  為泥沙比重， $d$  為泥沙粒徑， $C_D$  為粗沙的流體阻力係數， $g$  為重力加速度， $\omega$  為泥沙沉降速度， $t$  為時間。起始條件:  $t=0$ ， $\omega(0)=0$ ；終端條件:  $t \rightarrow \infty$  時，終端沉降速度  $\omega_0 = \sqrt{4(G-1)gd / (3C_D)}$ 。試求解此泥沙沉降速度  $\omega(t)$  隨時間之變化。(20 分)

7. 試求解下列一維熱傳導偏微分方程式 (20 分)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 3 \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad \text{with B.Cs.: } u(0,t) = u(2,t) = 0 \quad \text{and I.C.: } u(x,0) = 2 \sin(3\pi x)$$